

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Test 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\sqrt{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}+1} \right) = 4$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + m$, unde m este număr natural. Determinați numerele naturale m pentru care $f(-1) \leq 0$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2 \lg x = \lg(2x + 8)$.
- 5p** 4. După o ieftinire cu 10% prețul unui obiect este 540 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de ieftinire.
- 5p** 5. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul $M(2, -2)$ și este perpendiculară pe dreapta d de ecuație $y = x$.
- 5p** 6. Calculați perimetrul pătratului $ABCD$, știind că are diagonala $AC = 2\sqrt{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 2xy - 4(x + y) + 7$.

- 5p** 1. Arătați că $(-2) * 2 = -1$.
- 5p** 2. Demonstrați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p** 3. Demonstrați că $x * y = 2(x - 2)(y - 2) - 1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 4. Determinați numerele reale x pentru care $(x + 1) * x = 3$.
- 5p** 5. Determinați numerele reale x pentru care $2^{2x} * 2^x = -1$.
- 5p** 6. Determinați valorile reale nenule ale lui x pentru care $x * \frac{1}{x} \leq -1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

- 5p** 1. Arătați că $\det(A(a)) = 4$, pentru orice număr real a .
- 5p** 2. Arătați că $A(0) \cdot A(2020) = 2A(2020)$.
- 5p** 3. Demonstrați că $A(-a) \cdot A(a) = 4I_2$, pentru orice număr real a , unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** 4. Determinați numerele naturale nenule m și n pentru care $A(m) \cdot A(n) = 2A(2)$.
- 5p** 5. Determinați numerele reale a pentru care $A(a^2) - 2A(a) + A(-3) = O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p** 6. Demonstrați că există o infinitate de perechi de numere reale (x, y) pentru care $A(-3) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2y \\ 2x + y \end{pmatrix}$.

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Test 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{3}\right) \cdot \frac{6}{\sqrt{27} + \sqrt{8}} = 1$.
- 5p 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 2$. Determinați numerele naturale n pentru care $f(n) \leq g(n)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(x^2 + 5) = \lg(4x + 1)$.
- 5p 4. Un biciclist parcurge un traseu în trei etape. În prima etapă biciclistul parcurge 50% din traseu, în a doua etapă 25% din traseu, iar în a treia etapă restul de 10 km. Determinați lungimea traseului.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,0)$, $B(4,4)$ și $C(3,0)$. Calculați aria triunghiului ABC .
- 5p 6. Arătați că $\sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ - 2 \sin^2 45^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - \sqrt{2}x - \sqrt{2}y + \sqrt{2} + 2$.
- 5p 1. Arătați că $\sqrt{2} * (-\sqrt{2}) = \sqrt{2}$.
- 5p 2. Demonstrați că $x * y = (x - \sqrt{2})(y - \sqrt{2}) + \sqrt{2}$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 3. Verificați dacă $e = 1 + \sqrt{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”.
- 5p 4. Determinați numerele reale a pentru care $a * a = 2 + \sqrt{2}$.
- 5p 5. Determinați numerele reale x pentru care $4^x * 2^x = \sqrt{2}$.
- 5p 6. Determinați valorile reale ale lui x pentru care $(x + \sqrt{2}) * (x - \sqrt{2}) \leq \sqrt{2}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & x \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ și $C = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p 1. Arătați că $\det A = 2$.
- 5p 2. Determinați numărul real x pentru care $B + C = A$.
- 5p 3. Determinați numărul real x pentru care $\det(B - C) = 0$.
- 5p 4. Demonstrați că $\det(B \cdot C - C \cdot B) = 3x(x - 1)^2$, pentru orice număr real x .
- 5p 5. Pentru $x = 1$, arătați că inversa matricei B este matricea $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ 1 & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$.
- 5p 6. Pentru $x = 1$, rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația $B \cdot X \cdot C = A$.

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Test 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $5\sqrt{3} - \sqrt{32} + \sqrt{18} + \sqrt{2} + \sqrt{4} - \sqrt{75} = 2$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + m$, unde m este număr real. Determinați numărul real m , știind că punctul $A(1,1)$ aparține graficului funcției f .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 - 9} = 4$.
- 5p 4. După o scumpire cu 20%, urmată de o ieftinire cu 180 de lei, prețul unui obiect este 300 de lei. Determinați prețul inițial al obiectului.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$, $B(0,4)$ și $C(3,4)$. Determinați lungimea medianei din vârful C al triunghiului ABC .
- 5p 6. Arătați că $\sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ - \cos 60^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 2xy - 2(x + y)$.
- 5p 1. Arătați că $(-1) \circ 1 = -2$.
- 5p 2. Arătați că legea de compoziție „ $\circ$ ” este comutativă.
- 5p 3. Demonstrați că $x \circ y = 2(x-1)(y-1) - 2$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 4. Determinați numărul real x pentru care $2 \circ 2^x = 0$.
- 5p 5. Arătați că $(x+1) \circ (2x-1) > -4$, pentru orice număr real x .
- 5p 6. Determinați perechile de numere naturale (m, n) , știind că $m \circ n = 12$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p 1. Arătați că $\det A = 0$.
- 5p 2. Arătați că $A \cdot A - B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p 3. Demonstrați că $\det(A \cdot B - I_2) = \det(B \cdot A - I_2)$.
- 5p 4. Determinați numărul real x , știind că $B - A + xI_2 = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p 5. Demonstrați că $\det(I_2 + aA) + \det(I_2 - aA) = 2$, pentru orice număr real a .
- 5p 6. Rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația $(I_2 - A) \cdot X = A$.

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Test 4

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{64} - \left(\frac{1}{2} : 0,5 - 1\right) = 8$.
- 5p 2. Determinați cel mai mare element al mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 3 < 2x\}$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x^2 + x + 1) = \log_2(3x)$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 17.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $M(0,1)$ și dreapta d de ecuație $y = x$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul M și este paralelă cu dreapta d .
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 24$, $AC = 10$, $BC = 26$ și punctul D , mijlocul segmentului BC . Arătați că lungimea segmentului AD este egală cu 13.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 5(x + y) + 30$.
- 5p 1. Arătați că $0 * 5 = 5$.
- 5p 2. Demonstrați că $x * y = (x - 5)(y - 5) + 5$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 3. Verificați dacă $e = 6$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p 4. Determinați numerele reale x , știind că $(x - 1) * (x + 1) = 8$.
- 5p 5. Determinați numerele reale x pentru care $5^{x^2} * 5^{x^2} = 5$.
- 5p 6. Dați exemplu de numere raționale p și q , care nu sunt întregi, pentru care numărul $p * q$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ x & 1 \end{pmatrix}$ și $C(x) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p 1. Arătați că $\det A = 3$.
- 5p 2. Determinați numărul real x pentru care $C(x) \cdot B(x) = A$.
- 5p 3. Arătați că $C(x) \cdot B(x) - B(x) \cdot C(x) = \begin{pmatrix} x^2 & 0 \\ 2x & -x^2 \end{pmatrix}$, pentru orice număr real x .
- 5p 4. Pentru $x = 0$, determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X \cdot B(x) = A \cdot C(x)$.
- 5p 5. Demonstrați că, pentru orice număr întreg x , matricea $C(x)$ este inversabilă.
- 5p 6. Determinați numerele naturale x pentru care $\det(B(x) + C(x)) > 0$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 5

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $2 \cdot (18 - 2 \cdot 9) + (2 \cdot 9 - 8) : 2 = 5$.
- 5p 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2x - 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(10 - 2x) = 1$.
- 5p 4. Determinați câte numere naturale pare de două cifre au ambele cifre nenule.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1, 2)$, $B(5, 2)$ și $C(5, 6)$. Demonstrați că triunghiul ABC este isoscel.
- 5p 6. Arătați că $(\sin 60^\circ - \cos 60^\circ)(\sin 60^\circ + \cos 60^\circ) = \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 3x + 3y + 6$.
- 5p 1. Arătați că $3 \circ (-1) = 9$.
- 5p 2. Arătați că legea de compoziție „ $\circ$ ” este comutativă.
- 5p 3. Demonstrați că $x \circ y = (x + 3)(y + 3) - 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 4. Determinați numărul real a pentru care $a \circ x = a$, pentru orice număr real x .
- 5p 5. Arătați că, dacă $x, y \in (-3, +\infty)$, atunci $x \circ y \in (-3, +\infty)$.
- 5p 6. Determinați valorile reale ale lui x pentru care $(x + 3) \circ (x - 3) \leq 37$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5^a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p 1. Arătați că $\det(A(3)) = 125$.
- 5p 2. Demonstrați că $A(a) \cdot A(b) = A(a + b)$, pentru orice numere reale a și b .
- 5p 3. Arătați că $A(1) \cdot A(4) - A(2) \cdot A(3) = O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p 4. Demonstrați că matricea $A(a)$ este inversabilă, pentru orice număr real a .
- 5p 5. Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A(2) \cdot X = A(0)$.
- 5p 6. Determinați numerele naturale n pentru care $\det(A(n)) \leq \sqrt[3]{125}$.

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Test 6

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Arătați că $\sqrt{180} - (\sqrt{125} + \sqrt{5}) = 0$. |
| 5p | 2. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 3$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{4x-2} = 49$. |
| 5p | 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie pătratul unui număr natural. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,4)$, $B(6,4)$ și $C(6,7)$. Demonstrați că $\triangle ABC$ este isoscel. |
| 5p | 6. Arătați că $(\cos 30^\circ - \sin 30^\circ)^2 + \cos 30^\circ = 1$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = xy - 3(x + y) + 12$. |
| 5p | 1. Arătați că $2020 \circ 4 = 2020$. |
| 5p | 2. Demonstrați că $3 \circ x = 3$, pentru orice număr real x . |
| 5p | 3. Demonstrați că $x \circ y = (x - 3)(y - 3) + 3$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 4. Determinați numerele reale x pentru care $x \circ x = x$. |
| 5p | 5. Arătați că $x \circ y \geq 3$, pentru orice $x \geq 3$ și $y \geq 3$. |
| 5p | 6. Calculați $\sqrt{1} \circ \sqrt{2} \circ \sqrt{3} \circ \dots \circ \sqrt{2020}$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} 2 & x \\ 2+x & 4 \end{pmatrix}$, unde x este număr real. |
| 5p | 1. Arătați că $\det A = -18$. |
| 5p | 2. Arătați că $A \cdot B(0) - B(0) \cdot A = 6 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. |
| 5p | 3. Arătați că $\det(B(x)) = (2 - x)(x + 4)$, pentru orice număr real x . |
| 5p | 4. Arătați că $\det(A + B(2)) < \det A + \det(B(2))$. |
| 5p | 5. Demonstrați că $B(x) \cdot B(y) = B(y) \cdot B(x)$ dacă și numai dacă $x = y$. |
| 5p | 6. Determinați numărul natural nenul n pentru care $B(1) + B(2) + B(3) + \dots + B(n) = \begin{pmatrix} 200 & 5050 \\ 5250 & 400 \end{pmatrix}$. |

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Test 7

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Determinați a 2020-a zecimală a numărului $\frac{5}{6}$. |
| 5p | 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 3$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 - 1$. Determinați numerele naturale x pentru care $f(x) \geq g(x)$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{5-x} = \sqrt{x+1}$. |
| 5p | 4. Dacă elevii unei clase se așază câte trei în bancă, rămân patru bănci libere, iar dacă se așază câte doi în bancă, un elev rămâne singur în bancă și nu rămân bănci libere. Determinați numărul de bănci din această sală de clasă. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(7,0)$, $B(4,4)$ și $C(2,0)$. Calculați distanța de la punctul C la dreapta AB . |
| 5p | 6. Arătați că $\sqrt{3} \sin 60^\circ - \frac{4}{\sqrt{3}} \sin 60^\circ \cos 60^\circ + \cos 60^\circ = 1$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 2xy - 6(x + y) + 21$. |
| 5p | 1. Arătați că $(-1) \circ 3 = 3$. |
| 5p | 2. Demonstrați că $x \circ y = 2(x - 3)(y - 3) + 3$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 3. Verificați dacă $e = \frac{7}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”. |
| 5p | 4. Determinați mulțimea numerelor întregi a pentru care $(a + 3) \circ (a - 3) < 3$. |
| 5p | 5. Determinați numărul real x pentru care $x \circ x \circ x = 7$. |
| 5p | 6. Determinați perechile (m, n) de numere naturale pentru care $m \circ n = 5$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. |
| 5p | 1. Calculați $\det A$. |
| 5p | 2. Arătați că $A^2 - 2A + I_2 = O_2$, unde $A^2 = A \cdot A$. |
| 5p | 3. Determinați numerele reale m pentru care $\det((m-1)A) = m + 1$. |
| 5p | 4. Arătați că $A \cdot B = B \cdot A = I_2$. |
| 5p | 5. Demonstrați că, dacă $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $A \cdot X = X \cdot A$, atunci $X = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale. |
| 5p | 6. Determinați numerele reale x și y , știind că $xA + yB = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$. |

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 8

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $2 - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{12} \right) = 0$.
- 5p 2. Determinați numărul real a , știind că punctul $A(a, a)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x + 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 - 25} = 2\sqrt{6}$.
- 5p 4. La dublul unui număr adunăm 10, iar rezultatul îl înmulțim cu 7. Din noul rezultat scădem 56 și obținem 28. Determinați numărul inițial.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1, -2)$, $B(-3, 6)$ și $C(1, 0)$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul C și prin mijlocul segmentului AB .
- 5p 6. Arătați că $16\sin^2 60^\circ \cos^2 60^\circ + \sin 60^\circ - \sqrt{3} \cdot \cos 60^\circ = 3$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 2xy + 2x + 2y$.

- 5p 1. Arătați că $1 \circ 2 = 10$.
- 5p 2. Demonstrați că $x \circ y = 2(x+1)(y+1) - 2$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 3. Arătați că $x \circ (-1) = -2$, pentru orice număr real x .
- 5p 4. Determinați $x \in (0, +\infty)$ pentru care $\log_2 x \circ \log_2 x = -2$.
- 5p 5. Arătați că $(2x+1) \circ x \geq -2$, pentru orice număr real x .
- 5p 6. Determinați numerele naturale m și n , $m < n$, pentru care $m \circ n = 10$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -6 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- 5p 1. Arătați că $\det A = 0$.
- 5p 2. Calculați $\det(A+B)$.
- 5p 3. Arătați că $A \cdot A = A$.
- 5p 4. Calculați $\det(A \cdot B - B \cdot A)$.
- 5p 5. Determinați numerele reale x pentru care $\det(B \cdot B + xI_2) = 0$.
- 5p 6. Determinați numerele reale p și q , știind că $(A+B)(A+B) = pA + qB + B \cdot A$.

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_pedagogic$

Test 9

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Arătați că $\sqrt{32} - \sqrt{18} - \sqrt{8} + \sqrt{2} = 0$. |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x + a$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care $f(2) = 10$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{7x-12} = x$. |
| 5p | 4. Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu cifre nenule. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $y = x - 4$. Determinați distanța dintre punctele de intersecție a dreptei d cu axele Ox , respectiv Oy . |
| 5p | 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 5$, $AC = 12$ și $BC = 13$. Calculați aria triunghiului ABC . |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - (x + y) + 2$. |
| 5p | 1. Arătați că $1 * (-1) = 1$. |
| 5p | 2. Demonstrați că $x * y = (x - 1)(y - 1) + 1$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 3. Verificați dacă $e = 2$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”. |
| 5p | 4. Verificați dacă $\frac{4}{3}$ este simetricul lui 4 în raport cu legea de compoziție „*”. |
| 5p | 5. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x * x \leq x$. |
| 5p | 6. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale nenule mai mici decât 11, acesta să verifice egalitatea $n * n * n = n$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(x) = I_2 + xA$, unde x este număr real. |
| 5p | 1. Arătați că $\det(M(0)) = 1$. |
| 5p | 2. Arătați că $M(1) - M(3) = M(3) - M(5)$. |
| 5p | 3. Arătați că $A \cdot A = A$. |
| 5p | 4. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $\det(M(x^2)) < 5$. |
| 5p | 5. Demonstrați că $M(x) \cdot M(y) = M(x + y + xy)$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 6. Determinați numerele întregi m și n , $m < n$, pentru care $M(m) \cdot M(n) = M(2)$. |

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 10

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Calculați suma primilor patru termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 3$ și $a_4 = 9$. |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 4$. Determinați numărul real a pentru care $f(-1) + f(0) + f(1) = f(a)$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x-3) + \log_3(x+3) = 3$. |
| 5p | 4. Prețul unui obiect este 1200 de lei. Determinați prețul obiectului după ce acesta se scumpește de două ori, succesiv, cu câte 10%. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$, $B(0,4)$, $C(-3,0)$ și $D(0,-4)$. Calculați perimetrul patrulaterului $ABCD$. |
| 5p | 6. Calculați aria triunghiului ABC , știind că $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$, $m(\sphericalangle C) = 45^\circ$ și $BC = 5\sqrt{2}$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x + y - 3$. |
| 5p | 1. Calculați $1 * (-1)$. |
| 5p | 2. Verificați dacă legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă. |
| 5p | 3. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă. |
| 5p | 4. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $(x-1) * (x+1) \leq 1$. |
| 5p | 5. Determinați numărul real x pentru care $4^x * 2^{x+1} = 5$. |
| 5p | 6. Determinați numerele reale x și y pentru care $(x-1) * (y+2) = 3$ și $(2x) * (y-2) = 2$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Se consideră matricea $A(x, y) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x & y \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale. |
| 5p | 1. Arătați că $\det(A(0,0)) = 0$. |
| 5p | 2. Calculați $A(0,0) \cdot A(1,1)$. |
| 5p | 3. Arătați că $\det(A(x, y)) + \det(A(y, x)) = 0$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 4. Determinați numerele reale x și y pentru care $A(x, y) \cdot A(x, y) = 2A(x, y)$. |
| 5p | 5. Determinați numărul natural nenul n pentru care $A(1,1) + A(2,2) + \dots + A(n,n) = nA(4,4)$. |
| 5p | 6. Determinați numărul perechilor (m, n) de numere naturale pentru care suma elementelor matricei $A(m, n)$ este egală cu 102. |

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 11

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2\right) : \frac{17}{9} = 1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x + a$, unde a este număr real. Arătați că, pentru orice număr real a , $f(2) - f(-2) = 16$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x^2+3} = 3^{4x}$.
- 5p 4. Prețul unui obiect este 120 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se scumpește de două ori, succesiv, cu câte 5%.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, 7)$ și $B(3, -7)$. Determinați distanța de la punctul O la punctul C , unde C este mijlocul segmentului AB .
- 5p 6. Calculați aria triunghiului ABC , știind că $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$, $AB = 5$ și $AC = 5$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x + y - 2020$.

- 5p 1. Arătați că $2000 * 20 = 0$.
- 5p 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă.
- 5p 3. Demonstrați că $a * (a + 2020) = (a + 1010) * (a + 1010)$, pentru orice număr real a .
- 5p 4. Determinați numărul real x , știind că $4^x * 2^x = -2014$.
- 5p 5. Determinați cel mai mare număr natural n pentru care $n * n \leq n$.
- 5p 6. Arătați că numărul $\frac{2}{3-\sqrt{5}} * \frac{2}{3+\sqrt{5}}$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- 5p 1. Arătați că $\det A = -6$.
- 5p 2. Arătați că $A \cdot B = I_2$, unde matricea $B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{6} \end{pmatrix}$.
- 5p 3. Arătați că $A \cdot A - 4A = 6I_2$.
- 5p 4. Determinați numerele reale x , știind că $\det(A - xI_2) = -1$.
- 5p 5. Determinați numărul real a , știind că $A \cdot A \cdot A = aA + 24I_2$.
- 5p 6. Determinați numerele reale a și b pentru care $A \cdot X = X \cdot A$, unde $X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ a & b \end{pmatrix}$.

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Test 12

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Arătați că $\sqrt{16} + \sqrt{49} - \sqrt{121} = 0$. |
| 5p | 2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $5(x+2) \leq 15$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(2x-8) = \frac{1}{\log_2 3}$. |
| 5p | 4. Prețul unui obiect este 100 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se ieftinește de două ori, succesiv, cu câte 10%. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,4)$, $B(6,8)$ și $C(6,4)$. Arătați că patrulaterul $ABCO$ este paralelogram. |
| 5p | 6. Calculați aria triunghiului ABC , știind că $m(\sphericalangle A) = 60^\circ$, $AB = 8$ și $AC = 8$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x + y - 15$. |
| 5p | 1. Arătați că $(-2) * 17 = 0$. |
| 5p | 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă. |
| 5p | 3. Arătați că $(1 * 2) * (8 * 9) = (1 * 9) * (2 * 8)$. |
| 5p | 4. Determinați numărul real x pentru care $(x * x) * x = x$. |
| 5p | 5. Determinați numărul real x pentru care $9^x * 3^x = -3$. |
| 5p | 6. Demonstrați că $x^2 * \frac{1}{x^2} \geq -13$, pentru orice număr real nenul x . |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Se consideră matricele $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & a \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real. |
| 5p | 1. Arătați că $\det(A(1)) = -5$. |
| 5p | 2. Determinați numerele reale a , știind că $\det(aA(a)) = 0$. |
| 5p | 3. Arătați că $\det(A(a) \cdot B - B \cdot A(a)) = -9$, pentru orice număr real a . |
| 5p | 4. Demonstrați că $A(a-1) + A(a+1) = 2A(a)$, pentru orice număr real a . |
| 5p | 5. Determinați numărul real a , știind că $\det(A(a) + B) = a$. |
| 5p | 6. Determinați numărul natural nenul n pentru care $A(1) + A(2) + \dots + A(n) = 11A(6)$. |

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Test 13

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $4\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)=1$.
- 5p 2. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x , pentru care $f(x) \geq g(x)$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 4$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $11^{4x^2+3x} = 11$.
- 5p 4. O firmă folosește 5000 de lei pentru publicitate, sumă care reprezintă 5% din profitul anual al firmei. Calculați profitul anual al firmei.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(7,4)$ și $C(1,4)$. Calculați perimetrul triunghiului ABC .
- 5p 6. Arătați că $\sin^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ - \cos 60^\circ = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x + y + 50$.

- 5p 1. Arătați că $(-1) \circ 1 = 50$.
- 5p 2. Arătați că legea de compoziție „ $\circ$ ” este asociativă.
- 5p 3. Verificați dacă $e = -50$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”.
- 5p 4. Determinați numerele reale x pentru care $x^2 \circ x = 92$.
- 5p 5. Demonstrați că $(x^2 - y - 50) \circ (x - y^2) = (x - y)(x + y + 1)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 6. Determinați numerele naturale m și n , știind că $((m^2 - n - 50) \circ (m - n^2)) \circ (m - n) = 57$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a^2 \\ a^2 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real pozitiv.

- 5p 1. Arătați că $\det(A(0)) = 1$.
- 5p 2. Determinați numărul real pozitiv a pentru care $\det(A(a)) = 0$.
- 5p 3. Arătați că $A(1) \cdot A(1) - 2A(1) = O_2$.
- 5p 4. Determinați numărul real pozitiv a pentru care $A(\sqrt{2}) \cdot A(a) = 3A(1)$.
- 5p 5. Demonstrați că $\det(A(a) - A(0)) \leq 0$, pentru orice număr real pozitiv a .
- 5p 6. Determinați perechile (a, b) de numere reale pozitive, știind că $A(\sqrt{a}) \cdot A(\sqrt{b}) = A(2) + A\left(\frac{1}{2}\right)$.

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_pedagogic$

Test 14

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Arătați că $\sqrt{48} - \sqrt{27} + \sqrt{75} - \sqrt{108} = 0$. |
| 5p | 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 2$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 3 - 2x$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{8-3x} = 25$. |
| 5p | 4. Determinați câte numere naturale pare de două cifre se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4 și 5. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(5,4)$ și $C(5,8)$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel. |
| 5p | 6. Calculați $E = \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ + \cos 60^\circ - \sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - (x + y) + 1$.

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Arătați că $1 \circ 2020 = 0$. |
| 5p | 2. Arătați că legea de compoziție „ $\circ$ ” este comutativă. |
| 5p | 3. Demonstrați că $x \circ y = (x - 1)(y - 1)$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 4. Determinați numerele reale x pentru care $(x - 1) \circ x = 0$. |
| 5p | 5. Arătați că $x^2 \circ x^2 = (x - 1)^2 (x + 1)^2$, pentru orice număr real x . |
| 5p | 6. Determinați perechile (a, b) de numere naturale, știind că $a \circ b = 3$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(x) = xI_2 + A$, unde x este număr real.

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Arătați că $\det A = 0$. |
| 5p | 2. Determinați numerele reale x pentru care $\det(M(x)) = 16$. |
| 5p | 3. Arătați că $M(-1) + M(0) + M(1) = 3A$. |
| 5p | 4. Demonstrați că $M(x) \cdot M(y) = xyI_2 + (x + y)A$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 5. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $\det(M(x) - xA) \leq 3x - 2$. |
| 5p | 6. Determinați numărul natural n pentru care $M(1) + M(2) + \dots + M(n) = 9M(5)$. |

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Test 15

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Arătați că $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)-(\sqrt{2}-1)^2-(2\sqrt{2}-3)=1$. |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x-5$. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $f(x) \leq 2$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4(x^3+1) = \log_4 9$. |
| 5p | 4. Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6, 4)$ și $B(-6, 4)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului OM , unde M este mijlocul segmentului AB . |
| 5p | 6. Calculați lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A , știind că $AB = 7$ și $m(\sphericalangle B) = 60^\circ$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 4(x + y) + 20$. |
| 5p | 1. Arătați că $4 * 2020 = 4$. |
| 5p | 2. Demonstrați că $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 3. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x * x \leq 5$. |
| 5p | 4. Arătați că $e = 5$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”. |
| 5p | 5. Determinați numerele reale x pentru care $4^x * x = 4$. |
| 5p | 6. Arătați că $1 * 2 * 3 * 4 * \dots * 2020 = 4$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | Se consideră matricea $M(x) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 2x & x+1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real. |
| 5p | 1. Arătați că $\det(M(2)) = -5$. |
| 5p | 2. Demonstrați că $M(x) + M(x+2) = 2M(x+1)$, pentru orice număr real x . |
| 5p | 3. Determinați numerele reale x pentru care $\det(M(x)) = 0$. |
| 5p | 4. Arătați că $M(x) \cdot M(y) = M(y) \cdot M(x)$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 5. Determinați numărul real x pentru care $M(x) \cdot M(-x) = M(0)$. |
| 5p | 6. Determinați numărul natural nenul n , știind că suma numerelor întregi x care verifică inegalitatea $\det(nM(x) - xM(n)) \leq n^2$ este egală cu 36. |

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 16

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^4\right) : \frac{31}{16} = 1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = mx + 1$, unde m este număr real. Determinați numărul real m pentru care $f(2) + f(1) = -1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{x^2+1} = 7^{4x-2}$.
- 5p 4. Prețul unui obiect este 80 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se scumpește de două ori, succesiv, cu câte 10%.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5, 4)$ și $B(5, -4)$. Determinați aria triunghiului AOB .
- 5p 6. Calculați perimetrul triunghiului ABC , știind că $m(\sphericalangle A) = 60^\circ$, $m(\sphericalangle B) = 60^\circ$ și $BC = 10$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x + y - 9$.
- 5p 1. Arătați că $2 * 7 = 0$.
- 5p 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă.
- 5p 3. Demonstrați că $x * (x + 9) = (x + 5) * (x + 4)$, pentru orice număr real x .
- 5p 4. Determinați numărul real x pentru care $5^x * 25^x = 21$.
- 5p 5. Determinați numerele naturale n pentru care $(n * n) * n < -12$.
- 5p 6. Arătați că numărul $\frac{3}{2 - \sqrt{3}} * \frac{3}{2 + \sqrt{3}}$ este natural.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(x, y) = \begin{pmatrix} x & y \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.
- 5p 1. Arătați că $\det A = 3$.
- 5p 2. Determinați numerele reale x și y astfel încât $M(x, y) = A + 4I_2$.
- 5p 3. Determinați numărul real y pentru care $\det(M(0, y)) = 9$.
- 5p 4. Arătați că $A \cdot A \cdot A - A \cdot A = -3A$.
- 5p 5. Determinați numerele reale x și y , știind că $A \cdot M(x, y) = M(x, y) \cdot A$.
- 5p 6. Demonstrați că, dacă m și n sunt numere întregi pentru care $M(m, -n) \cdot M(-m, n) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, atunci numărul $N = m - n$ este pătratul unui număr natural.

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 17

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

5p	1. Arătați că $\sqrt{63} - \sqrt{28} - \sqrt{7}(\sqrt{7} + 1) + \sqrt{81} = 2$.
5p	2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 5 - 2x$.
5p	3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(x - 5) = \frac{1}{\log_2 5}$.
5p	4. Determinați câte numere naturale pare, de două cifre, se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5 și 6.
5p	5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4, 3)$, $B(8, 0)$ și $C(4, -3)$. Arătați că patrulaterul $AOCB$ este romb.
5p	6. Arătați că $\sin 30^\circ - \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x + y + xy$.
5p	1. Arătați că $(-10) * 10 = -100$.
5p	2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă.
5p	3. Verificați dacă $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
5p	4. Arătați că $x * x = (x + 1)^2 - 1$, pentru orice număr real x .
5p	5. Determinați numerele reale x pentru care $(x * x) * (x * x) = 0$.
5p	6. Demonstrați că $x * (x + 1) \geq x$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

	Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 1 & a+1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	1. Arătați că $\det(A(0)) = -2$.
5p	2. Determinați numerele reale a , știind că $\det(A(a)) = 0$.
5p	3. Arătați că $(2a + 1)A(a) - A(a) \cdot A(a) = (a^2 + a - 2)I_2$, pentru orice număr real a .
5p	4. Demonstrați că $A(5a - 1) + A(5a + 1) = 2A(5a)$, pentru orice număr real a .
5p	5. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui a pentru care $\det(A(a) - I_2) < 0$.
5p	6. Demonstrați că, pentru orice număr natural nenul n , numărul natural $\det(A(n))$ este par.

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Test 18

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\frac{22 + (\sqrt{2})^2}{4} - \frac{22 - (\sqrt{2})^2}{5} = 2$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 3$. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $f(3x + 1) \leq f(x)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x = \sqrt{3x - 2}$.
- 5p 4. După o ieftinire cu 20% prețul unui obiect este 28 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de ieftinire.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(3, 4)$ și dreapta d de ecuație $y = 2x - 1$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul A și este paralelă cu dreapta d .
- 5p 6. Calculați aria triunghiului isoscel ABC , știind că $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ și $BC = 8$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 6^x \cdot 6^y$.
- 5p 1. Arătați că $(-2020) * 2020 = 1$.
- 5p 2. Demonstrați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p 3. Verificați dacă $x * (-x) = 1$, pentru orice număr real x .
- 5p 4. Determinați numărul real x pentru care $x * x = 36$.
- 5p 5. Determinați numărul real x pentru care $(x - 6) * (6 - x) = 6^x$.
- 5p 6. Dați exemplu de numere iraționale p și q pentru care numărul $p * q$ este rațional.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(a) = aA + I_2$, unde a este număr real.
- 5p 1. Arătați că $\det A = 5$.
- 5p 2. Arătați că $A \cdot A - 4A + 5I_2 = O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p 3. Calculați $M(1) \cdot M(-1)$.
- 5p 4. Arătați că $M(a - 1) + M(a + 1) = 2M(a)$, pentru orice număr real a .
- 5p 5. Determinați numărul real a pentru care $M(a) \cdot M(a) = M(0)$.
- 5p 6. Demonstrați că $\det(M(a)) > 0$, pentru orice număr real a .

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_pedagogic$

Test 19

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Arătați că $\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right)\left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{6}$. |
| 5p | 2. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 1$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{12-3x} = 9^{-3}$. |
| 5p | 4. Determinați câte numere naturale pare de două cifre se pot forma cu elementele mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4, 0)$, $B(8, 3)$ și $C(0, 3)$. Calculați perimetrul triunghiului ABC . |
| 5p | 6. Arătați că $2\sin^2 30^\circ - \cos^2 45^\circ = 0$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = xy + 3x + 3y + 6$. |
| 5p | 1. Arătați că $2020 \circ (-3) = -3$. |
| 5p | 2. Demonstrați că $x \circ y = (x + 3)(y + 3) - 3$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 3. Arătați că $(-3) \circ x = -3$, pentru orice număr real x . |
| 5p | 4. Verificați dacă $e = -2$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”. |
| 5p | 5. Calculați $(-3) \circ (-2) \circ (-1) \circ 0 \circ 1 \circ 2 \circ 3$. |
| 5p | 6. Determinați numerele reale x pentru care $x \circ x = 1$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. |
| 5p | 1. Arătați că $\det A = 1$. |
| 5p | 2. Arătați că $A \cdot A - 6A = -I_2$. |
| 5p | 3. Determinați numerele reale x pentru care $\det(xA) = 4$. |
| 5p | 4. Arătați că $\det(A \cdot A - 6A + aI_2) \geq 0$, pentru orice număr real a . |
| 5p | 5. Determinați numerele reale m pentru care $m(\det(A + I_2) + \det(A - I_2)) = \det(mA)$. |
| 5p | 6. Determinați perechile (m, n) de numere întregi, știind că $\det(mA) - \det(nA) = 8$. |

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Test 20

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

5p	1. Arătați că $\left(\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1$.
5p	2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x$. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $f(x+1) - f(x) \leq 7$.
5p	3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x^3 - 8) = \frac{1}{\log_{19} 2}$.
5p	4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 12.
5p	5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-5,5)$, $B(5,5)$ și C . Arătați că, dacă $AC = BC$, atunci punctul C este situat pe axa Oy .
5p	6. Calculați lungimea catetei AB a triunghiului ABC dreptunghic în A , știind că $BC = 8$ și $m(\sphericalangle B) = 30^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

	Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x + y - 20$.
5p	1. Arătați că $20 * 1 = 1$.
5p	2. Demonstrați că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă.
5p	3. Verificați dacă $e = 20$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
5p	4. Determinați numărul real x , știind că $(2x - 1) * x = 21$.
5p	5. Determinați numărul real x pentru care $9^x * 3^x = -8$.
5p	6. Arătați că $x^2 * (2x + 21) \geq 0$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

	Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 0 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	1. Arătați că $\det(A(0)) = 0$.
5p	2. Determinați numărul real a , știind că $A(a) + A(a+1) = 2A(-1)$.
5p	3. Arătați că $A(1) + A(2) + A(3) + \dots + A(2020) = 2020 \cdot A\left(\frac{2021}{2}\right)$.
5p	4. Arătați că $\det(A(a) \cdot A(b)) - \det(A(a) + A(b)) \geq 0$, pentru orice numere reale a și b .
5p	5. Demonstrați că $\det(A(x) \cdot A(y) - A(y) \cdot A(x)) \geq 0$, pentru orice numere reale x și y .
5p	6. Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a)) + \det(A(a) \cdot A(a)) = 0$.

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_pedagogic$

Varianta 6

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră o progresie aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ cu $a_1 = 5$ și $r = -2$. Calculați a_3 .
- 5p 2. Determinați numărul real a , știind că punctul $A(1,2)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + ax + 3$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x} = \sqrt{x^2 - 2}$.
- 5p 4. Un pix costă de cinci ori mai mult decât un creion și de șapte ori mai puțin decât un stilou. Determinați cât costă un creion, dacă un stilou costă 70 de lei.
- 5p 5. Se consideră un paralelogram $ABCD$ și O , punctul de intersecție a dreptelor AC și BD . Arătați că $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$.
- 5p 6. În triunghiul ABC dreptunghic în A , avem $AC = 2AB$ și $BC = 5$. Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $3\sqrt{5} + 5$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x^2 - xy + y^2$.
- 5p 1. Arătați că $1 \circ 2 = 3$.
- 5p 2. Demonstrați că legea de compoziție „ $\circ$ ” este comutativă.
- 5p 3. Dacă $a = (1 \circ 3) \circ 2$ și $b = 1 \circ (3 \circ 2)$, calculați $b - a$.
- 5p 4. Determinați numerele reale x pentru care $x \circ x = 4$.
- 5p 5. Demonstrați că, dacă x și y sunt numere reale pentru care $x \circ y = 0$, atunci $x = y = 0$.
- 5p 6. Determinați numerele reale x pentru care $3 \circ 2^x = 7$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p 1. Arătați că $\det(A(5)) = 1$.
- 5p 2. Calculați $\det(A(1) + A(2))$.
- 5p 3. Demonstrați că $A(a) \cdot A(b) = A(a + b)$, pentru orice numere reale a și b .
- 5p 4. Determinați numărul real a pentru care $A(a) \cdot A(2a) = A(30)$.
- 5p 5. Determinați numerele reale x pentru care $\det(I_2 + xA(x)) = 25$.
- 5p 6. Determinați numerele naturale n pentru care $A(n) \cdot A(n) = A(2n^2)$.

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Varianta 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{96} \cdot \left(\frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{1}{\sqrt{6}} \right) = 2$.
- 5p 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x - 1$. Determinați numărul natural n pentru care $f(n) \cdot g(n) = 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x+5} = 3^{6x-3}$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor egală cu dublul cifrei unităților.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele necoliniare $A(1,3)$, $B(3,5)$ și $C(0,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că triunghiul ABC este dreptunghic în A .
- 5p 6. Arătați că $\sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ + \sin 30^\circ - 4 \sin^2 30^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = -xy + 4x + 4y - 12$.

- 5p 1. Arătați că $2 \circ 3 = 2$.
- 5p 2. Arătați că legea de compoziție „ $\circ$ ” este comutativă.
- 5p 3. Demonstrați că $x \circ y = -(x-4)(y-4) + 4$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 4. Demonstrați că $x \circ 4 = 4$, pentru orice număr real x .
- 5p 5. Determinați numerele reale x pentru care $x \circ x = x$.
- 5p 6. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ cu $a_1 = -5$ și rația $r = 3$. Arătați că $a_1 \circ a_2 \circ a_3 \circ a_4 = 4$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

- 5p 1. Arătați că $\det A = 3$.
- 5p 2. Arătați că $B(1) + B(3) = 2B(2)$.
- 5p 3. Arătați că $\det(B(x)) = 1$, pentru orice număr real x .
- 5p 4. Arătați că $B(x) \cdot B(y) = B(x+y)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 5. Determinați numărul real x pentru care $A \cdot B(x) = B(x) \cdot A$.
- 5p 6. Determinați perechile de numere naturale (m, n) , pentru care $B(2^m) \cdot B(2^n) = B(2^{m+n} - 2)$.

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Calculați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 2$ și $a_3 = 8$. |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 5$. Determinați numărul real m pentru care $f(m) = f(1) + f(-1)$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x^2 + 4) = 3$. |
| 5p | 4. Un obiect costă 2000 de lei. Determinați prețul obiectului după ce acesta se scumpește de două ori, succesiv, cu câte 10%. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(-1,1)$, $C(-1,-1)$ și $D(1,-1)$. Calculați perimetrul patrulaterului $ABCD$. |
| 5p | 6. Calculați aria triunghiului ABC dreptunghic în A , știind că $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$ și $BC = 4\sqrt{2}$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 2xy - 8(x + y) + 36$. |
| 5p | 1. Arătați că $0 * 4 = 4$. |
| 5p | 2. Demonstrați că $x * y = 2(x - 4)(y - 4) + 4$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 3. Verificați dacă $e = \frac{9}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”. |
| 5p | 4. Determinați numerele reale x pentru care $(x - 1) * (x + 1) = 10$. |
| 5p | 5. Determinați numerele reale x pentru care $3^{x^2} * 3^{x^2} * 3^{x^2} = 0$. |
| 5p | 6. Dați exemplu de numere raționale p și q , care nu sunt întregi, pentru care numărul $p * q$ este întreg. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Se consideră matricele $A(a) = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ și $B(b) = \begin{pmatrix} 2 & b \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale. |
| 5p | 1. Arătați că $\det(A(3)) = 2$. |
| 5p | 2. Arătați că $A(2) \cdot B(2) = 2(A(2) + B(2))$. |
| 5p | 3. Determinați inversa matricei $A(1)$. |
| 5p | 4. Demonstrați că $\det(A(a) + B(b)) = \det(A(a)) + \det(B(b))$ dacă și numai dacă $a = b$. |
| 5p | 5. Determinați valorile reale ale lui a pentru care matricea $C(a) = B(a) \cdot A(a)$ este inversabilă. |
| 5p | 6. Determinați numerele naturale nenule n pentru care $\det(A(n)) > n^2 - 7$. |

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_pedagogic$

Varianta 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Determinați rația progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, știind că $b_1 = 2$ și $b_4 = -2$. |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 3$. Arătați că $f(0) = f(6)$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x-2) = 1$. |
| 5p | 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 7, 8, 9\}$, acesta să fie mai mic sau egal cu media aritmetică a elementelor mulțimii A . |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră dreptele d_1 și d_2 de ecuații $y = 3x - 1$, respectiv $y = ax + 5$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că dreptele d_1 și d_2 sunt perpendiculare. |
| 5p | 6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A și punctul $D \in AC$, piciorul bisectoarei unghiului B . Știind că $BD = CD$, arătați că $m(\angle ACB) = 30^\circ$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x + ay + 5$, unde a este număr real. |
| 5p | 1. Arătați că, pentru orice număr real a , $4 * 0 = 9$. |
| 5p | 2. Demonstrați că, pentru $a = 1$, legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă. |
| 5p | 3. Determinați numărul real a pentru care legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă. |
| 5p | 4. Arătați că, dacă legea de compoziție „ $*$ ” are element neutru, atunci $a = 1$. |
| 5p | 5. Pentru $a = 1$, determinați numerele reale x pentru care $(x * x^2) * (x * x^2) = 15$. |
| 5p | 6. Pentru $a = -3$, determinați numerele reale x pentru care $4^x * 2^x = 3$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. |
| 5p | 1. Arătați că $\det A = 9$. |
| 5p | 2. Arătați că $(A - I_2)(A - 9I_2) = O_2$. |
| 5p | 3. Se consideră matricea $B = A - 5I_2$. Demonstrați că suma elementelor matricei $B \cdot B$ este divizibilă cu 2^5 . |
| 5p | 4. Determinați numerele reale a pentru care $\det(aA + I_2) = 0$. |
| 5p | 5. Determinați numerele reale x și y pentru care $A \cdot M = M \cdot A$, unde $M = \begin{pmatrix} x & 1 \\ y & 2 \end{pmatrix}$. |
| 5p | 6. Demonstrați că $\det(A + xI_2) + \det(A - xI_2) \geq 18$, pentru orice număr real x . |

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică

Testul 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Arătați că $\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{1}{\sqrt{3}+1}\right) = 3$. |
| 5p | 2. Determinați numerele naturale m pentru care funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - m$ verifică relația $f(1) \geq 0$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\log_2 x = \log_2(3x + 4)$. |
| 5p | 4. După o scumpire cu 10% prețul unui obiect este 440 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de scumpire. |
| 5p | 5. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul $M(1,2)$ și este paralelă cu dreapta d de ecuație $y = x + 2$. |
| 5p | 6. Calculați perimetrul triunghiului echilateral ABC , știind că înălțimea AD este de lungime $3\sqrt{3}$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy - 2(x + y) + 6$. |
| 5p | 1. Arătați că $(-2) * 2 = 2$. |
| 5p | 2. Demonstrați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă. |
| 5p | 3. Demonstrați că $x * y = (x - 2)(y - 2) + 2$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 4. Determinați numerele reale x pentru care $(x + 1) * x = 4$. |
| 5p | 5. Determinați numerele reale x pentru care $2^{2x} * 2^{-x} = 2$. |
| 5p | 6. Determinați valorile reale ale lui x pentru care $(x - 1) * x \leq 2$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 3 & a \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, unde a este număr real. |
| 5p | 1. Arătați că $\det(A(a)) = 9$, pentru orice număr real a . |
| 5p | 2. Arătați că $A(0) \cdot A(2021) = 3A(2021)$. |
| 5p | 3. Arătați că $A(a - 1) + A(a + 1) = 2A(a)$, pentru orice număr real a . |
| 5p | 4. Determinați numerele naturale nenule m și n pentru care $A(m) \cdot A(n) = 3A(3)$. |
| 5p | 5. Determinați numărul real a pentru care $A(a^2) - 2A(a) + A(1) = O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. |
| 5p | 6. Determinați numărul matricelor $A(k)$, unde k este număr întreg și $\det(k \cdot A(k)) \leq 36$. |

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)
Matematică

Testul 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Arătați că $\log_3 6 + \log_3 2 - \log_3 4 = 1$. |
| 5p | 2 Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 4$. Determinați numărul real m pentru care punctul $A(m, m)$ aparține graficului funcției f . |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x = 2^{x^2-3}$. |
| 5p | 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă suma cifrelor egală cu 9. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3, 5)$ și $B(1, 3)$. Determinați coordonatele punctului M , unde M este simetricul punctului A față de punctul B . |
| 5p | 6. Arătați că $(\cos 120^\circ - \sin 30^\circ)^2 = \cos^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 4(x + y) + 20$. |
| 5p | 1. Arătați că $4 * 2021 = 4$. |
| 5p | 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă. |
| 5p | 3. Demonstrați că $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 4. Determinați numerele reale x pentru care $x * (x - 4) = x$. |
| 5p | 5. Arătați că $x * y \geq 8$, pentru orice numere reale x și y , cu $x \geq 6$ și $y \geq 6$. |
| 5p | 6. Calculați $1^2 * 2^2 * 3^2 * \dots * 2021^2$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(x) = \begin{pmatrix} x & 3 \\ 1 & x-2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real. |
| 5p | 1. Arătați că $\det A = -3$. |
| 5p | 2. Arătați că $A + M(6) = 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. |
| 5p | 3 Arătați că $\det(M(x)) = (x+1)(x-3)$, pentru orice număr real x . |
| 5p | 4. Determinați numerele întregi a pentru care $\det(A + M(2)) = 9 - a^2$. |
| 5p | 5. Determinați numărul real x pentru care $M(x) \cdot M(x) = 4I_2$. |
| 5p | 6. Determinați numărul natural n pentru care $M(n) + M(n+1) + M(n+2) = 3M(2022)$. |

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Testul 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\left(20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 21 + 21^2\right) : \left(20 + \frac{1}{2}\right) = 82$.
- 5p** 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 5$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(1 - 9x) = 2$.
- 5p** 4. Determinați câte numere naturale impare de două cifre au produsul cifrelor număr par.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2, 1)$, $B(3, 1)$ și $C(3, -3)$. Calculați aria triunghiului ABC .
- 5p** 6. Arătați că $\cos 60^\circ \cdot (5 \sin 30^\circ - \sin 150^\circ) = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x + y + 2^{xy} - 1$.

- 5p** 1. Arătați că $1 * 3 = 11$.
- 5p** 2. Demonstrați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p** 3. Determinați numărul real a pentru care $a * 1 = (-1) * (-a)$.
- 5p** 4. Arătați că $x * \frac{1}{x} \geq 3$, pentru orice număr real x , $x > 0$.
- 5p** 5. Determinați numerele reale x pentru care $x * (3x) = (4x - 1) * 1$.
- 5p** 6. Arătați că, pentru orice număr natural nenul n , numărul $N = n * (n + 1)$ este natural par.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 2a \\ 3a & 2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

- 5p** 1. Arătați că $\det(A(2)) = -22$.
- 5p** 2. Arătați că $A(1) \cdot A(1) - 3A(1) = 4I_2$.
- 5p** 3. Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(x)) = -52$.
- 5p** 4. Arătați că $aA(1) - A(a) = (a - 1)A(0)$, pentru orice număr real a .
- 5p** 5. Determinați numerele reale m pentru care $\det(A(m) + A(1)) = 2$.
- 5p** 6. Determinați numărul natural nenul n pentru care $A(n) \cdot A\left(\frac{1}{n}\right) = A\left(\frac{1}{n}\right) \cdot A(n)$.

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Testul 4

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right)(3, 2 - 2, 3) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1$.
- 5p** 2. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -3x^2 - x + 2$ cu axa Ox .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{16 + 3x} = 5$.
- 5p** 4. Două produse s-au vândut, o perioadă de timp, cu același preț. După ce unul dintre ele s-a scumpit cu 20% și celălalt s-a ieftinit cu 20%, diferența dintre prețul primului produs și prețul celui de-al doilea este de 26 de lei. Determinați prețul inițial al produselor.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-8, 4)$, $B(6, 7)$ și $C(0, a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că dreptele AO și BC sunt paralele.
- 5p** 6. Se consideră rombul $ABCD$, cu unghiul A ascuțit, $AB = 9$ și aria egală cu 72. Calculați $\sin A$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = (x - y + 1)(y - x + 1)$.

- 5p** 1. Arătați că $(-1) * 4 = -24$.
- 5p** 2. Arătați că $x * y = 1 - (x - y)^2$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 3. Arătați că $x * (x - 1) = 0$, pentru orice număr real x .
- 5p** 4. Determinați numerele reale x pentru care $x * \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$.
- 5p** 5. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x * 2^{x-1} = 1 - 2^{4040}$.
- 5p** 6. Determinați numărul real x , $x > 0$, pentru care $\left(\lg x * \lg \frac{x}{10}\right) * \left(\lg \frac{x}{10} * \lg \frac{x}{100}\right) = x * 1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -5 & -3 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -5 \end{pmatrix}$.

- 5p** 1. Arătați că $\det A = -5$.
- 5p** 2. Arătați că $A \cdot B = 5I_2$.
- 5p** 3. Determinați numerele reale x pentru care $\det(A - xI_2) = 10$.
- 5p** 4. Arătați că suma elementelor matricei A^{-1} este egală cu -1 , unde A^{-1} este inversa matricei A .
- 5p** 5. Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $B \cdot X = -20I_2$.
- 5p** 6. Determinați numărul real x pentru care $A \cdot (B \cdot B - I_2) - (A \cdot A - I_2) \cdot B = x(B - A)$.

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Testul 5

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\frac{2}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{3}(\sqrt{3}+2) = 1$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 6$. Determinați numărul real a , știind că $f(a) + f(2a) = f(9)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x + \sqrt{3x} = 2x$.
- 5p** 4. Determinați câte numere naturale impare de trei cifre se pot forma cu cifre din mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1, -3)$, $B(5, 1)$ și dreapta d de ecuație $x - 2y + a = 0$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că mijlocul segmentului AB este situat pe dreapta d .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $BC = 20$ și $\sin B = \frac{4}{5}$. Calculați aria triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 5xy - 5x - 5y + 6$.

- 5p** 1. Arătați că $1 \circ 5 = 1$.
- 5p** 2. Arătați că $x \circ y = 5(x-1)(y-1) + 1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 3. Arătați că $e = \frac{6}{5}$ este elementul neutru al legii „ $\circ$ ”.
- 5p** 4. Determinați numărul real x pentru care $\frac{4}{5} \circ x = \frac{6}{5}$.
- 5p** 5. Determinați perechile (a, b) de numere naturale pentru care $a \circ b = 21$.
- 5p** 6. Calculați $\frac{5}{1} \circ \frac{5}{2} \circ \frac{5}{3} \circ \dots \circ \frac{5}{9}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = 2xA - I_2$, unde x este număr real.

- 5p** 1. Arătați că $\det A = 8$.
- 5p** 2. Arătați că $A \cdot A = -8I_2$.
- 5p** 3. Demonstrați că matricea $B(x)$ este inversabilă, pentru orice număr real x .
- 5p** 4. Determinați numărul real x pentru care $B(x) \cdot B\left(\frac{1}{2}\right) = 9I_2$.
- 5p** 5. Arătați că $xB(x) - yB(y) = (x - y)B(x + y)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 6. Determinați numărul întreg k pentru care $B(1) - 2B(2) + 3B(3) - \dots - 20B(20) = kB(21)$.

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Testul 6

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $9 : \left(\frac{1}{2^3} - (-1)^3 \right) = 8$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax - 2$, unde a este număr real. Arătați că, dacă punctul $A(1, 3)$ aparține graficului funcției f , atunci punctul $B(-1, -7)$ aparține graficului funcției f .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{2x-5} = 125$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de o cifră, numărul 3^{n-3} să fie subunitar.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2, 4)$, $B(0, 2)$, $C(1, 3)$ și D , astfel încât segmentele AB și CD au același mijloc. Determinați coordonatele punctului D .
- 5p** 6. Se consideră pătratul $ABCD$ de latură 12 și punctul O , intersecția dreptelor AC și BD . Determinați aria triunghiului AMC , știind că M este mijlocul segmentului OB .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x^3 - x^2y - xy^2 + y^3$.
- 5p** 1. Arătați că $1 \circ (-2) = -9$.
- 5p** 2. Arătați că $x \circ y = (x + y)(x - y)^2$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 3. Arătați că legea de compoziție „ $\circ$ ” este comutativă.
- 5p** 4. Arătați că $x \circ (-x) = 0$, pentru orice număr real x .
- 5p** 5. Determinați numerele reale x pentru care $(2x) \circ x = 24$.
- 5p** 6. Determinați numerele naturale m și n , cu $m > n$, pentru care $m \circ n = 9$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} a & 2 \\ b & -3 \end{pmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.
- 5p** 1. Arătați că $\det A = -1$.
- 5p** 2. Pentru $a = 3$ și $b = -1$, calculați $3A - 2B$.
- 5p** 3. Pentru $a = -3$ și $b = 2$, arătați că $A \cdot B = B \cdot A$.
- 5p** 4. Determinați numerele reale a și b pentru care $B \cdot B = I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** 5. Arătați că $\det(A - B) \leq -3$, pentru orice numere naturale nenule a și b .
- 5p** 6. Arătați că, dacă numărul a este cu 5 mai mare decât numărul b , atunci $\det(A \cdot B + B \cdot A) = 0$.

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Testul 7

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că media geometrică a numerelor $a = 1 + \frac{1}{2}$ și $b = 6\sqrt{16}$ este egală cu 6.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x + 3$. Determinați numărul real a , $a \neq -2$, pentru care $f(a) = f(-2)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(3x - 15) = \log_5 2 + \log_5 3$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, care au toate cifrele egale, acesta să fie multiplu de 9.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2, 2a)$ și $B(5, 5a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că lungimea segmentului AB este egală cu 7.
- 5p** 6. Arătați că $2\sin^2 135^\circ - \sin 30^\circ - \cos 60^\circ = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 6 - x - y$.

- 5p** 1. Arătați că $5 * 2021 = -2020$.
- 5p** 2. Arătați că $(1 * x) * 1 = x$, pentru orice număr real x .
- 5p** 3. Determinați numărul real x pentru care $(x + 1) * (4x) = 15$.
- 5p** 4. Arătați că $(x * y) * (z * t) = x + y + z + t - 6$, pentru orice numere reale x, y, z și t .
- 5p** 5. Determinați valorile reale ale lui x pentru care $x^2 * (-x) \geq 0$.
- 5p** 6. Determinați numărul natural n pentru care $(2^{n^2} * 2^{n^2}) * (2^{n^2} * 2^{n^2}) = 2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricea $A(x, y) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ -1 & x + y \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.

- 5p** 1. Arătați că $\det(A(-1, 3)) = -1$.
- 5p** 2. Arătați că $2A(1, 1) - A(2, 2) = A(0, 0)$.
- 5p** 3. Arătați că $A(0, 0) \cdot A(1, 0) = A(-1, 0)$.
- 5p** 4. Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(x, 1) - xA(1, 1)) = 9$.
- 5p** 5. Demonstrați că $\det(A(x, y)) + \det(A(y, x)) \geq 2$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 6. Determinați numerele reale x și y pentru care $A(x, y) \cdot A(-y, -x) = A(0, -1)$.

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Testul 8

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $(2,5-0,7):2+\left|-\frac{1}{10}\right|=1$, unde $|x|$ reprezintă modulul numărului real x .
- 5p** 2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=2x-4$. Determinați numărul real a pentru care $f(2a-4)=f(a)+4$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{9-x}=9^{3-x}$.
- 5p** 4. După o ieftinire cu 45%, un produs costă 77 de lei. Determinați prețul produsului înainte de ieftinire.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,-1)$, $B(-5,7)$ și $C(7,7)$. Calculați aria triunghiului ABC .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB=AC=6$ și $BC=4$. Calculați $\cos A$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=4(x+y)-2xy$.

- 5p** 1. Arătați că $(-2)\circ 3=16$.
- 5p** 2. Arătați că legea de compoziție „ $\circ$ ” este comutativă.
- 5p** 3. Determinați numerele reale x pentru care $(1-x)\circ x=8$.
- 5p** 4. Determinați cel mai mic număr natural n pentru care $1\circ n\geq 2021$.
- 5p** 5. Determinați numărul întreg a pentru care numărul $A=a\circ\sqrt{2}$ este întreg.
- 5p** 6. Se consideră numerele reale x , y și z , termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice. Arătați că, pentru orice număr real m , numerele $x\circ m$, $y\circ m$ și $z\circ m$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -8 \end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- 5p** 1. Arătați că $\det A=2$.
- 5p** 2. Arătați că $(A+B)\cdot(A+B)=24I_2$.
- 5p** 3. Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $2(X-A)=3(X-B)$.
- 5p** 4. Determinați numerele reale x pentru care $\det(A+xI_2)=2$.
- 5p** 5. Arătați că, pentru orice număr natural nenul n , numărul $N=\det((1+n)A+(1-n)B)$ este natural, multiplu de 8.
- 5p** 6. Determinați numărul real x pentru care $A\cdot(A-xI_2)=B\cdot(B+xI_2)$.

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Testul 9

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Arătați că $\sqrt{81} - \sqrt{196} + (3\sqrt{2})^2 : \sqrt{9} = 1$. |
| 5p | 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 + 5x + 2$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor f și g . |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{12 - x} = \sqrt{3x}$. |
| 5p | 4. Prețul unui obiect este de 400 de lei. Determinați prețul obiectului după două scumpiri succesive, cu 20%, respectiv cu 15%. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(1, 3)$ și dreapta d de ecuație $y = 3x - 4$. Arătați că dreapta OA este paralelă cu dreapta d . |
| 5p | 6. Se consideră triunghiul ABC , în care $\sin A = \frac{1}{3}$, $\sin B = \frac{1}{4}$ și $BC = 8$. Determinați lungimea laturii AC a triunghiului ABC . |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 6x + 6y - 3xy - 10$. |
| 5p | 1. Arătați că $1 * 2 = 2$. |
| 5p | 2. Arătați că $x * y = 2 - 3(x - 2)(y - 2)$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 3. Arătați că $e = \frac{5}{3}$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”. |
| 5p | 4. Determinați numerele naturale n pentru care numărul $N = 5 * n$ este natural. |
| 5p | 5. Calculați $(-10) * (-9) * (-8) * \dots * 10$. |
| 5p | 6. Determinați numerele reale nenule x pentru care $\frac{1}{x} * (x^2 + 2) = 5$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(a) = \begin{pmatrix} a & 1 \\ a & 2a \end{pmatrix}$, unde a este număr real. |
| 5p | 1. Arătați că $\det(M(1)) = 1$. |
| 5p | 2. Arătați că $4M(2) - M(-1) = 3M(3)$. |
| 5p | 3. Arătați că $A \cdot A + 7M(1) = 24I_2$. |
| 5p | 4. Arătați că matricea $A - 2I_2$ este inversa matricei $M(1)$. |
| 5p | 5. Determinați numerele reale a și b pentru care $M(1) + M(2) + M(3) + \dots + M(9) = aM(b)$. |
| 5p | 6. Arătați că $\det(M(a) \cdot M(b) - M(b) \cdot M(a)) \leq 0$, pentru orice numere reale a și b . |

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_pedagogic$

Testul 10

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Arătați că $\frac{1}{3} : \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \right) - \frac{1}{3} : \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} - \frac{1}{5} = 3$. |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 - 4x$. Determinați valorile reale x pentru care $f(x) \leq 5f(1)$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $8^{2x-1} = 32^x$. |
| 5p | 4. Pentru cinci caiete de același tip și un bloc de desen s-au plătit 27 de lei. Știind că prețul unui caiet este 25% din prețul blocului de desen, determinați prețul blocului de desen. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(a, 1)$ și $B(4, a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , $a > 0$, știind că punctul O aparține dreptei AB . |
| 5p | 6. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC , în care $AB = 5$ și lungimea catetei AC este cu 1 mai mică decât lungimea ipotenuzei BC . Determinați perimetrul triunghiului ABC . |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x^2 + y^2 - xy - 2x - 2y$. |
| 5p | 1. Arătați că $(-1) * 2 = 5$. |
| 5p | 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă. |
| 5p | 3. Arătați că $(-x) * x = 3x^2$, pentru orice număr real x . |
| 5p | 4. Determinați numerele reale x pentru care $x * 1 = 3$. |
| 5p | 5. Determinați perechile (m, n) de numere naturale, cu $m < n$, pentru care $m * m = n * n$. |
| 5p | 6. Determinați numerele reale x , $x > 0$, pentru care $\lg x * \lg \frac{1}{x} = 9 \lg x$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 0 & 2a \\ 2 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real. |
| 5p | 1. Arătați că $\det A = 4$. |
| 5p | 2. Pentru $a = -6$, arătați că $2A - B = 4I_2$. |
| 5p | 3. Determinați numerele reale x și y pentru care $A \cdot A = xA + yI_2$. |
| 5p | 4. Arătați că suma elementelor matricei $B \cdot A$ nu depinde de a . |
| 5p | 5. Determinați numerele naturale a pentru care numărul $\det(A + B)$ este pătratul unui număr natural. |
| 5p | 6. Determinați numerele reale a pentru care $(B + aI_2)(B - aI_2) = aB$. |

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Testul 11

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ cu $a_1 = -2$ și $a_3 = 4$. Calculați termenul a_4 . |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + 2$, unde a este număr real nenul. Determinați numărul real a pentru care graficul funcției f intersectează axa Ox în punctul $A(2,0)$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_8(7x+8) = 2$. |
| 5p | 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale nenule de o cifră, numărul $2n$ să fie număr natural de două cifre. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,2)$, $B(2,5)$ și $C(5,1)$. Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel. |
| 5p | 6. Se consideră triunghiul ABC , cu $AB = 17$, $AC = 10$ și înălțimea $AD = 8$, unde punctul D aparține laturii BC . Determinați lungimea laturii BC a triunghiului ABC . |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Pe mulțimea $M = [0, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = \frac{x + y + 6}{xy + 1}$. |
| 5p | 1. Arătați că $1 * 2 = 3$. |
| 5p | 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă. |
| 5p | 3. Arătați că $x * 1 > 1$, pentru orice $x \in M$. |
| 5p | 4. Determinați numărul $x \in M$ pentru care $3 * x = \frac{1}{2}$. |
| 5p | 5. Determinați $x \in M$ pentru care $x * x \geq 2$. |
| 5p | 6. Determinați perechile (m, n) de numere naturale, cu $m < n$, pentru care $m * n = 1$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ -x & 0 \end{pmatrix}$, unde x este număr real. |
| 5p | 1. Arătați că $\det A = -4$. |
| 5p | 2. Arătați că $B(-6) + 3B(2) = 4B(0)$. |
| 5p | 3. Arătați că $B(2) \cdot B(-2) - A = 4I_2$. |
| 5p | 4. Arătați că $\det(B(2x) + xA) = 0$, pentru orice număr real x . |
| 5p | 5. Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $B(1) \cdot X = A$. |
| 5p | 6. Determinați perechile (m, n) de numere întregi, $m \leq n$, pentru care $\det(B(m) \cdot B(n) + mnI_2) = 4$. |

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_pedagogic$

Testul 12

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Arătați că $\sqrt{2}(\sqrt{6} + \sqrt{2}) + 2(1 - \sqrt{3}) = 4$. |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 1$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) \cdot f(0) + f(3) = 0$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $16 \cdot 2^{2x} = 8^x$. |
| 5p | 4. Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu cifre din mulțimea $\{6, 7, 8, 9\}$. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, 4)$, $B(-1, 4)$ și $C(-1, -2)$. Determinați aria triunghiului ABD , știind că punctul D este mijlocul segmentului AC . |
| 5p | 6. Arătați că $(\operatorname{tg} 30^\circ + \operatorname{tg} 60^\circ) \sin 60^\circ = 2$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 9xy + x + y$. |
| 5p | 1. Arătați că $1 * 2 = 21$. |
| 5p | 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă. |
| 5p | 3. Arătați că $e = 0$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”. |
| 5p | 4. Determinați numărul real x pentru care $(-1) * x = 15$. |
| 5p | 5. Determinați simetricul elementului $x = 1$ în raport cu legea de compoziție „ $*$ ”. |
| 5p | 6. Determinați numerele naturale n pentru care $N = \frac{1}{3} * n * \frac{2}{3}$ este număr natural de două cifre. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ și $X(a) = \begin{pmatrix} 2 & a \\ a^2 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real. |
| 5p | 1. Arătați că $\det A = 9$. |
| 5p | 2. Arătați că $A + X(2) = 3X(1)$. |
| 5p | 3. Arătați că $A \cdot A = 6A - 9I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. |
| 5p | 4. Arătați că matricea $M(a) = X(a) + X(-a)$ este inversabilă, pentru orice număr real a . |
| 5p | 5. Determinați numerele naturale n pentru care matricea $B = X(-1) \cdot X(n)$ are toate elementele numere naturale. |
| 5p | 6. Determinați numărul real a pentru care $\det(X(2a) - X(a)) = 3$. |

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică $M_pedagogic$

Varianta 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{2} \cdot (3 + \sqrt{2}) - \sqrt{18} = 2$.
- 5p 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 3x + 7$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = g(a)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{4 + 2x} = 4$.
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale nenule de o cifră, numărul n să fie divizor al numărului 18.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1, 2)$ și $B(3, a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că punctul A aparține dreptei OB .
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A , cu $BC = 4$ și măsura unghiului C de două ori mai mare decât măsura unghiului B . Determinați lungimea laturii AC a triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 3x + 3y - 3xy - 2$.
- 5p 1. Arătați că $1 * 2 = 1$.
- 5p 2. Arătați că $x * y = 1 - 3(x - 1)(y - 1)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 3. Arătați că $e = \frac{2}{3}$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p 4. Determinați numărul real x pentru care $(2 - x) * 2 = 2 + x$.
- 5p 5. Determinați perechile (m, n) de numere naturale pentru care $m * n = 19$.
- 5p 6. Determinați numerele reale a pentru care $(a * 1) + (a * 2) + (a * 3) = 3a^2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} x-2 & -x \\ -2x & 4x-2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p 1. Arătați că $\det A = 2$.
- 5p 2. Arătați că $xA - 2I_2 = B(x)$, pentru orice număr real x .
- 5p 3. Arătați că $A \cdot A = B(5)$.
- 5p 4. Determinați numerele reale x pentru care $\det(B(x)) = 4$.
- 5p 5. Arătați că $B(xy) - xB(y) = 2(x - 1)I_2$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 6. Determinați numărul real x pentru care $B(6^x) - 2^x B(3^x) = 6I_2$.

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Varianta 4

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|-----------|---|
| 5p | 1. Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$, cu $a_1 = 2$ și $a_3 = 14$. Calculați termenul a_2 . |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x$. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox . |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{3-x} = 49^x$. |
| 5p | 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$, numărul $n + 2$ să fie impar. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0, -3)$, $B(3, 1)$ și $C(a, 0)$, unde a este număr real. Determinați numerele reale a pentru care $AB = AC$. |
| 5p | 6. Arătați că $(1 + \sin 30^\circ) \cdot \cos^2 45^\circ + \cos^2 60^\circ = 1$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|-----------|---|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 4x + 4y - 3$. |
| 5p | 1. Arătați că $0 * 3 = 9$. |
| 5p | 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă. |
| 5p | 3. Determinați numărul real x pentru care $(-3) * x = 9$. |
| 5p | 4. Determinați numerele reale x pentru care $(-x) * (2x) = x^2$. |
| 5p | 5. Determinați numărul real x pentru care $2^x * 2^x = 1$. |
| 5p | 6. Determinați numărul real x , știind că scăzând x din numărul $x * \left(\frac{x}{2} * \frac{x}{4}\right)$, se obține numărul cu 1 mai mic decât x . |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|-----------|--|
| | Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -2 & -7 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} 2 & x+2 \\ x-2 & -2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real. |
| 5p | 1. Arătați că $\det A = 5$. |
| 5p | 2. Arătați că $2B(1) - A = 3I_2$. |
| 5p | 3. Arătați că $B(1) \cdot B(3) - 3I_2 = 2B(0)$. |
| 5p | 4. Arătați că $B(x) \cdot B(x) = x^2 I_2$, pentru orice număr real x . |
| 5p | 5. Determinați numărul real x pentru care $\det(B(x)) = \det(B(x+1))$. |
| 5p | 6. Determinați numărul natural n pentru care $B(3) \cdot B(3) + B(4) \cdot B(4) = B(n) \cdot B(n)$. |

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{3} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{1}{\sqrt{3}+1} \right) = 3$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2$. Determinați numerele naturale n pentru care $f(n) < 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x^2 - 1) = 1$.
- 5p 4. După o scumpire cu 20%, prețul unui obiect este 660 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de scumpire.
- 5p 5. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul $M(2, 0)$ și este paralelă cu dreapta d de ecuație $y = 3x$.
- 5p 6. Calculați aria rombului $ABCD$, știind că $AC = 2\sqrt{5}$ și $BD = 4$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 3xy + 7(x + y) + 14$.

- 5p 1. Arătați că $(-3) * 3 = -13$.
- 5p 2. Demonstrați că legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă.
- 5p 3. Arătați că $x * y = 3\left(x + \frac{7}{3}\right)\left(y + \frac{7}{3}\right) - \frac{7}{3}$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 4. Determinați numerele reale x pentru care $x * x = x$.
- 5p 5. Arătați că $x * \frac{1}{x} \geq 31$, pentru orice număr real x , $x > 0$.
- 5p 6. Determinați numărul real x pentru care $3^x * 3^x = 83$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 3 & a \\ a & 3 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

- 5p 1. Arătați că $\det(A(1)) = 8$.
- 5p 2. Arătați că $A(0) \cdot A(2020) = 3A(2020)$.
- 5p 3. Determinați numerele reale a pentru care $\det(A(a)) = -16$.
- 5p 4. Arătați că $A(1) + A(2) + \dots + A(10) = 10A\left(\frac{11}{2}\right)$.
- 5p 5. Determinați numărul natural m pentru care matricea $B = A(m) + A(m^2)$ nu este inversabilă.
- 5p 6. Determinați perechile de numere întregi (a, b) pentru care suma elementelor matricei $A(a) \cdot A(b)$ este egală cu 2.

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Determinați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = \frac{1}{2}$ și $a_4 = 5$. |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + a - 2$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care $f(1) + f(-2) = 0$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $1 + \log_6(2x + 6) = 3$. |
| 5p | 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să poată fi scris sub forma n^3 , unde n este număr natural. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,2)$, $B(0,6)$, $C(4,2)$ și punctul D , mijlocul segmentului BC . Determinați ecuația dreptei AD . |
| 5p | 6. Calculați $2 \sin 30^\circ \cos 60^\circ - \cos 120^\circ$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = \frac{(x-1)(y-1)}{2} + 1$. |
| 5p | 1. Arătați că $2 * (-5) = -2$. |
| 5p | 2. Verificați dacă $e = 3$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”. |
| 5p | 3. Determinați numărul real a pentru care $a * 5 = 3$. |
| 5p | 4. Determinați valorile reale ale lui x pentru care $x * (1 - x) \geq -5$. |
| 5p | 5. Arătați că există o infinitate de numere naturale n pentru care numărul $N = (\sqrt{n} + 1) * (\sqrt{n} + 1)$ este natural par. |
| 5p | 6. Determinați tripletele (m, n, p) de numere naturale, cu $m < n < p$, pentru care $m * n * p = 8$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(n) = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{\text{de } n \text{ ori } A}$, unde n este număr natural nenul. |
| 5p | 1. Arătați că $\det A = 4$. |
| 5p | 2. Arătați că $\det(A + xI_2) \geq 3$, pentru orice număr real x . |
| 5p | 3. Arătați că există un număr real a , astfel încât $B(3) = aI_2$. |
| 5p | 4. Determinați numerele reale m pentru care $\det(2mA + I_2) + 2m \det(A - I_2) = 0$. |
| 5p | 5. Se consideră matricea $M = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A \cdot M = M \cdot A$. Arătați că $x + y + 3z - t = 0$. |
| 5p | 6. Demonstrați că, pentru orice număr natural nenul n , matricea $B(6n)$ are toate elementele numere naturale. |

Examenul de bacalaureat național 2022
Proba E. c)
Matematică $M_{pedagogic}$

Varianta 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\sqrt{18} + \sqrt{8} = 5\sqrt{2}$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 2$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) - f(2) = 12$.
- 5p** 3. După o reducere cu 20% prețul unui obiect scade cu 28 de lei. Determinați prețul inițial al obiectului.
- 5p** 4. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^{2x-1} = 64$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(2,3)$ și dreapta d de ecuație $y = 2x + 1$. Determinați ecuația dreptei ce trece prin punctul A și este perpendiculară pe dreapta d .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A cu măsura unghiului B de 30° și $BC = 10$. Calculați aria triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - \sqrt{3}(x + y) + \sqrt{3} + 3$.
- 5p** 1. Arătați că $1 * 0 = 3$.
- 5p** 2. Demonstrați că $x * y = (x - \sqrt{3})(y - \sqrt{3}) + \sqrt{3}$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 3. Determinați numărul real x pentru care $x * x = \sqrt{3}$.
- 5p** 4. Arătați că $e = \sqrt{3} + 1$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”.
- 5p** 5. Arătați că $\sqrt{3} * x = \sqrt{3}$, pentru orice număr real x .
- 5p** 6. Determinați numărul natural n pentru care $\sqrt{3} * \sqrt{4} * \sqrt{5} * \dots * \sqrt{2022} = \sqrt{n}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** 1. Arătați că $\det(A) = 1$.
- 5p** 2. Arătați că $A \cdot A - 2A = -I_2$.
- 5p** 3. Arătați că $A \cdot B = B \cdot A = I_2$.
- 5p** 4. Determinați numărul real a pentru care $\det(A - aI_2) = 0$.
- 5p** 5. Determinați numerele reale m pentru care $\det(m(A + B)) = m \cdot \det(A + B)$.
- 5p** 6. Determinați numerele reale x și y , știind că $xA + yB = 2I_2$.

Examenul de bacalaureat național 2022

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Varianta 7

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\log_2 16 - \log_2 8 + \log_2 1 = 1$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x + 7$. Determinați numărul real m pentru care punctul $A(m, 2022)$ aparține graficului funcției f .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{5x-2} = \sqrt{3}$.
- 5p** 4. După două scumpiri succesive cu 20% prețul unui obiect este de 180 lei. Determinați prețul inițial al obiectului.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,7)$ și $B(2,5)$. Determinați ecuația dreptei AB .
- 5p** 6. Arătați că $(\sin 45^\circ - \sin 30^\circ)(\sin 45^\circ + \sin 30^\circ) = \frac{1}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + 5(x+y) + 7$.
- 5p** 1. Arătați că $(-2) \circ 2 = 3$.
- 5p** 2. Arătați că legea de compoziție „ $\circ$ ” este comutativă.
- 5p** 3. Demonstrați că $x \circ y = (x+5)(y+5) - 18$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 4. Determinați numerele reale x pentru care $x \circ x = 7$.
- 5p** 5. Demonstrați că $((-x) \circ (-y)) + ((-x) \circ y) + (x \circ (-y)) + (x \circ y) = 28$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** 6. Determinați perechile (a, b) de numere întregi pentru care $a \circ b = -19$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ -4 & -4 \end{pmatrix}$ și $X(a) = I_2 + aA$, unde a este număr real.
- 5p** 1. Arătați că $\det A = 0$.
- 5p** 2. Arătați că $A \cdot A = A$.
- 5p** 3. Arătați că $X(-1) + X(1) = 2I_2$.
- 5p** 4. Demonstrați că $X(a) \cdot X(-1) = X(-1)$, pentru orice număr real a .
- 5p** 5. Determinați valorile reale ale lui a pentru care matricea $X(a)$ **nu** este inversabilă.
- 5p** 6. Determinați valorile reale ale lui a pentru care $\det(X(a^2)) \leq 10$.

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{3}(2 - \sqrt{3}) + 3 = \sqrt{12}$.
- 5p 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2x - 1$. Determinați numerele naturale a pentru care $f(a) > g(a)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+2} \cdot 2^{x+1} + 2 \cdot 6^x = 120$.
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale nenule mai mici decât 114, acesta să fie divizibil cu 4.
- 5p 5. Determinați numărul real a , știind că punctul $M(a, 15)$ aparține dreptei d de ecuație $y = 3x + 2a$.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A , cu $AB = 3$, $AC = 4$ și înălțimea AD , unde punctul D aparține laturii BC . Arătați că $\sin \angle BAD = \frac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 2xy - x - y + 1$.

- 5p 1. Arătați că $(-1) \circ (-1) = 5$.
- 5p 2. Demonstrați că $x \circ y = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(y - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 3. Arătați că $e = 1$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”.
- 5p 4. Arătați că $x \circ \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \circ x = \frac{1}{2}$, pentru orice număr real x .
- 5p 5. Calculați $\frac{1}{3} \circ \frac{2}{4} \circ \frac{3}{5} \circ \dots \circ \frac{2020}{2022}$.
- 5p 6. Determinați numărul real strict pozitiv x , pentru care $\left(\log_2 x + \frac{1}{2}\right) \circ \left(\log_3 x + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ și $M(a) = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 2 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

- 5p 1. Arătați că $A \cdot A = 4I_2$.
- 5p 2. Arătați că $aI_2 + A = M(a)$, pentru orice număr real a .
- 5p 3. Arătați că $M(2) \cdot M(4) = 6M(2)$.
- 5p 4. Determinați perechile (a, b) de numere naturale pentru care $M(a) \cdot M(b) = 7 \cdot I_2 + 4 \cdot A$.
- 5p 5. Determinați numărul natural k pentru care $\det(M(k+2)) \leq 0$.
- 5p 6. Determinați numărul real a , $a < -2$, știind că inversa matricei $M(a)$ este matricea $M(a) - 2 \cdot A$.

Examenul de bacalaureat național 2022
Proba E. c)

Matematică $M_pedagogic$

Simulare

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Determinați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 3$ și $r = 2$. |
| 5p | 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (1-2a)x + 1$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care $f(1) = f(-1)$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $1 + \log_2(2x+1) = \log_2 4$. |
| 5p | 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie pătrat perfect. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(-3,2)$ și $C(5,2)$. Determinați lungimea medianei triunghiului ABC construită din vârful A . |
| 5p | 6. Calculați $\sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ \cdot \sin 45^\circ - 3 \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos 45^\circ$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = -\frac{(x-1)(y-1)}{3} + 1$. |
| 5p | 1. Arătați că $3 * 4 = -1$. |
| 5p | 2. Verificați dacă $e = -2$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”. |
| 5p | 3. Determinați numărul real a pentru care $a * 7 = 5$. |
| 5p | 4. Determinați valorile reale ale lui x pentru care $x * (1+x) \geq -3$. |
| 5p | 5. Determinați cel mai mare număr natural n pentru care $n * n * n \leq n$. |
| 5p | 6. Determinați perechile (m, n) de numere naturale pentru care $m * n = -1$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. |
| 5p | 1. Arătați că $\det(A) = -7$. |
| 5p | 2. Arătați că $\det(A + xI_2) \geq -7$, pentru orice număr real x . |
| 5p | 3. Determinați numărul real a pentru care $A \cdot A = aI_2$. |
| 5p | 4. Determinați numerele reale m pentru care $\det(mA - I_2) = m \cdot \det(A + I_2)$. |
| 5p | 5. Se consideră matricea $M = \begin{pmatrix} x & y \\ y & x \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A \cdot M = M \cdot A$. Arătați că $y = 0$. |
| 5p | 6. Determinați pentru câte valori întregi ale lui a obținem $\det(aA) \geq -28$. |

Examenul de bacalaureat național 2022
Proba E. c)
Matematică $M_{pedagogic}$

Varianța 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|-----------|--|
| 5p | 1. Arătați că $(\sqrt{3}+1)^2 - (\sqrt{3}-1)^2 = \sqrt{48}$. |
| 5p | 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = -2x + 5$. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2x}$. |
| 5p | 4. Determinați câte numere naturale impare de două cifre se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 și 8. |
| 5p | 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,2)$, $B(5,2)$ și $C(6,6)$. Determinați distanța de la punctul B la mijlocul segmentului AC . |
| 5p | 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 9$, $AC = 12$ și $BC = 15$. Arătați că $\sin B + \sin C = \frac{7}{5}$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|-----------|--|
| | Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = -\frac{1}{3}xy + \frac{1}{3}(x+y) + \frac{2}{3}$. |
| 5p | 1. Arătați că $4 * 2 = 0$. |
| 5p | 2. Demonstrați că $x * y = -\frac{1}{3}(x-1)(y-1) + 1$, pentru orice numere reale x și y . |
| 5p | 3. Determinați numărul real x pentru care $4 * x = x$. |
| 5p | 4. Arătați că $e = -2$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”. |
| 5p | 5. Determinați numerele reale x pentru care $x * x = -2$. |
| 5p | 6. Arătați că $\frac{1}{x} * \frac{1}{x} \leq 1$, pentru orice număr real nenul x . |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|-----------|--|
| | Se consideră matricele $A(x, y) = \begin{pmatrix} x & y \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale. |
| 5p | 1. Arătați că $\det B = 2$. |
| 5p | 2. Arătați că $\det(A(2n, 2n+1))$ este număr natural impar, pentru orice număr natural nenul n . |
| 5p | 3. Arătați că $A(2x, 0) + A(0, 2x) = 2A(x, x)$, pentru orice număr real x . |
| 5p | 4. Determinați numerele reale x și y , astfel încât $A(x, y) \cdot B = B \cdot A(x, y)$. |
| 5p | 5. Determinați numărul real strict pozitiv x , știind că suma elementelor matricei $A(\log_3 x, 1)$ este egală cu 5. |
| 5p | 6. Determinați numerele reale x și y , știind că $A(x, y) \cdot A(x, y) = 2I_2$. |

Examenul național de bacalaureat 2023

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Varianta 1

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\sqrt{25} + \sqrt{64} - \sqrt{169} = 0$.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 2$, și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 + 2$. Determinați numerele naturale n pentru care $f(n) \geq g(n)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2 + \log_3(2x - 1) = \log_3 27$.
- 5p** 4. Prețul unui obiect este de 150 de lei. Determinați prețul obiectului după ce se scumpește de două ori, succesiv, cu câte 20%.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0, 4)$ și $M(3, 6)$. Determinați coordonatele punctului B , știind că punctul M este mijlocul segmentului AB .
- 5p** 6. Arătați că $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin 60^\circ - \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x + y - 4$.

- 5p** 1. Arătați că $2 * (-2) = -4$.
- 5p** 2. Arătați că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă.
- 5p** 3. Arătați că $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 > 0$.
- 5p** 4. Determinați numărul real x pentru care $x * x * x = (x + 1) * x$.
- 5p** 5. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x * 2^x = 2$.
- 5p** 6. Arătați că $x^2 * \frac{1}{x^2} \geq -2$, pentru orice număr real nenul x .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

- 5p** 1. Arătați că $\det A = -1$.
- 5p** 2. Arătați că $A \cdot A - B \cdot B = O_2$.
- 5p** 3. Determinați numărul real x pentru care $\det(A \cdot A - xI_2) = 0$.
- 5p** 4. Determinați numărul real x pentru care $A - B - xI_2 = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.
- 5p** 5. Determinați numerele reale a pentru care $\det(a(A + B)) = -6$.
- 5p** 6. Rezolvați în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația $A \cdot X = B$.

Examenul național de bacalaureat 2023

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Varianta 7

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{50} - 5(\sqrt{2} - 1) = 5$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + a$, unde a este număr real. Arătați că $f(1) = f(2)$, pentru orice număr real a .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x+2) = \log_3(4-x)$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 8.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, a)$, $B(1, 0)$ și $C(5, 2)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că punctul A este mijlocul segmentului BC .
- 5p 6. Arătați că $\sin 30^\circ + \sqrt{2} \cos 45^\circ + \cos 60^\circ = 2$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = 3(4 - x - y) + xy$.
- 5p 1. Arătați că $3 * 0 = 3$.
- 5p 2. Demonstrați că $x * y = (x - 3)(y - 3) + 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 3. Arătați că $e = 4$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.
- 5p 4. Arătați că $\frac{7}{3}$ este simetricul lui $\frac{3}{2}$ în raport cu legea de compoziție „ $*$ ”.
- 5p 5. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $9^x * 3^x = 3$.
- 5p 6. Calculați $3 * 4 * 5 * \dots * 2023$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(a) = \begin{pmatrix} a+2 & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p 1. Arătați că $\det(B(0)) = -1$.
- 5p 2. Arătați că $A \cdot A = 5I_2$.
- 5p 3. Determinați numerele reale a pentru care $\det(B(a) + A) = 0$.
- 5p 4. Determinați numărul real a pentru care $B(a) \cdot B(-2) = B(0) - I_2$.
- 5p 5. Demonstrați că matricea $B(a-1)$ este inversabilă, pentru orice număr rațional a .
- 5p 6. Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $X \cdot B(0) = A$.

Examenul de bacalaureat național 2023

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} + 2\frac{1}{2} = 5$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)$ este media aritmetică a numerelor $f(1)$ și $f(5)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\sqrt{x-1} + 3 = 5$.
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M = \{1, 2, 3, \dots, 2022\}$, acesta să fie multiplu de 2.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1, 3)$, $B(-2, -1)$ și $C(1, -1)$. Arătați că triunghiul ABC este dreptunghic.
- 5p 6. Lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC este 5, iar $BC = 10$. Calculați $\sin A$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = xy + 8(x + y) + 56$.

- 5p 1. Arătați că $(-5) \circ (-6) = -2$.
- 5p 2. Demonstrați că $x \circ y = (x + 8)(y + 8) - 8$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 3. Arătați că $e = -7$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”.
- 5p 4. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $x \circ (x + 2) \leq -8$.
- 5p 5. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x \circ (-7) = 16$.
- 5p 6. Determinați numărul real a pentru care $2(a \circ 1) = a + (a \circ 2)$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(x) = I_2 + xA$, unde x este număr real.

- 5p 1. Arătați că $\det A = -6$.
- 5p 2. Demonstrați că $M(x) = \begin{pmatrix} 1 & 3x \\ 2x & x+1 \end{pmatrix}$, pentru orice număr real x .
- 5p 3. Arătați că suma elementelor matricei B este pătratul unui număr natural, unde $B = (-1) \cdot M(-1) \cdot M(1)$.
- 5p 4. Determinați numerele reale x pentru care $\det(M(x)) = 0$.
- 5p 5. Arătați că matricea C este inversabilă, unde $C = M(1) - M(2) + M(3) - M(4)$.
- 5p 6. Determinați perechile (a, b) de numere naturale pentru care $aM(b) + bM(a) = I_2$.

Examenul de bacalaureat național 2023

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Simulare

Filiera vocațională: profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\sqrt{2}(2\sqrt{2} - \sqrt{6}) + 2\sqrt{3} = 4$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$. Determinați numărul real pozitiv a pentru care $f(a)$ este media geometrică a numerelor $f(0)$ și $f(4)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2 \cdot 3^{x+1} = 18$.
- 5p 4. Prețul unui produs este 300 de lei. După o scumpire cu $p\%$ prețul produsului devine 360 de lei. Calculați p .
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1, 2)$, $B(1, 1)$ și $C(3, m)$. Determinați numărul real m pentru care punctul C aparține dreptei AB .
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A , $AB = 6$ și măsura unghiului C este egală cu 60° . Arătați că $BC = 4\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = \frac{1}{3}xy - x - y + 6$.
- 5p 1. Arătați că $1 \circ (-3) = 7$.
- 5p 2. Arătați că $e = 6$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ”.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale pozitive ecuația $\sqrt{x} \circ 6 = 1$.
- 5p 4. Determinați numerele naturale n pentru care $2 \circ n < (2n) \circ 1 + 1$.
- 5p 5. Demonstrați că $x \circ y = \frac{1}{3} \cdot (x - 3)(y - 3) + 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 6. Calculați $\sqrt{1} \circ \sqrt{2} \circ \dots \circ \sqrt{2023}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B(a) = \begin{pmatrix} a+2 & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este un număr real.
- 5p 1. Arătați că $A \cdot A = 5I_2$.
- 5p 2. Determinați numerele reale a pentru care $\det(B(a) + A) = 0$.
- 5p 3. Demonstrați că $B(q - 1)$ este inversabilă pentru orice număr rațional q .
- 5p 4. Determinați numerele reale a pentru care $B(a) \cdot B(a) = B\left(\frac{5}{4}\right)$.
- 5p 5. Determinați numerele reale pozitive x pentru care $B(\log_2 x) - B(\log_4 x) = I_2$.
- 5p 6. Determinați matricea $X \in M_2(\mathbb{R})$ pentru care $X \cdot B(0) = A$.